



Fuzzy EPQ Model Considering Demand Uncertainty, Imperfect Quality, and Backorder: A Case Study in a Goat Milk SMEs

Model EPQ Fuzzy yang Mempertimbangkan Ketidakpastian Permintaan, Kualitas Produk, dan Backorder pada UMKM Pengolahan Susu Kambing

Puryani¹, Laila Nafisah^{1*}, Nuansa Indriya Pramasthi¹, Apriani Soepardi¹, Mohammad Chaeron¹

¹Department of Industrial Engineering, Faculty of Industrial Engineering

Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Yogyakarta, Jl. Babarsari No. 2 Tambakbayan Yogyakarta, Indonesia, 55282

email: laila@upnyk.ac.id

doi: <https://doi.org/10.31315/opsi.v15i2.7574>

Received: 10th August 2022; Revised: 23rd December 2022; Accepted: 25th December 2022;

Available online: 30th December 2022; Published regularly: December 2022

ABSTRACT

Goat milk powder is one of the perishable processed products. The decreasing quality of goat milk powder can cause financial losses to the company if not regulated properly. So far, the company is also faced with the problem of consumer demand uncertainty. When demand for powdered goat's milk is high, the company experiences stockout but can be overcome by backorder. When demand is low, there will be overstock. Overstock conditions, in addition to causing high holding costs, are also at risk of product quality degradation or expiration. In this study, an inventory model of goat milk powder was developed that considers the uncertainty of demand, product quality, and backorder to determine the optimal production quantity so that the total inventory cost incurred is minimum. The basic model used is economic production quantity. Uncertainty in demand and the percentage of products declining in quality is approached using a triangular fuzzy. While the defuzzification technique used is signed distance.

Keywords: inventory model, fuzzy logic, quality, backorder

ABSTRAK

Susu bubuk kambing merupakan salah satu produk olahan yang mudah rusak. Penurunan kualitas susu kambing bubuk dapat menimbulkan kerugian bagi perusahaan jika tidak diatur dengan tepat. Selama ini, perusahaan juga dihadapkan pada masalah ketidakpastian permintaan konsumen. Ketika permintaan susu kambing bubuk tinggi perusahaan mengalami stockout, namun dapat diatasi secara backorder. Sebaliknya ketika permintaan rendah, maka akan terjadi overstock. Ketika kondisi overstock selain menimbulkan biaya simpan tinggi juga berisiko produk akan mengalami penurunan kualitas atau kedaluwarsa. Pada penelitian ini dikembangkan model persediaan susu bubuk kambing yang mempertimbangkan ketidakpastian permintaan, kualitas produk, dan backorder dengan tujuan untuk menentukan kuantitas produksi optimal agar total biaya persediaan yang ditimbulkan minimum. Model dasar yang digunakan adalah economic production quantity. Ketidakpastian permintaan dan persentase produk yang menurun kualitasnya didekati dengan menggunakan triangular fuzzy. Sedangkan teknik defuzzifikasi yang digunakan adalah signed distance.

Kata Kunci: model persediaan, logika fuzzy, kualitas, backorder

1. PENDAHULUAN

Kambing etawa adalah kambing yang didatangkan dari India yang juga disebut sebagai kambing jamnapari. Kambing etawa mampu

menghasilkan susu hingga 3 liter per hari. Keturunan silangan (hibrida) kambing etawa dengan kambing lokal dikenal sebagai kambing "Peranakan Etawa" atau "PE". Kambing PE berukuran hampir sama dengan etawa namun

lebih adaptif terhadap lingkungan lokal Indonesia. Kambing Peranakan Etawa (PE) merupakan salah satu kambing perah yang cukup potensial sebagai penyedia protein hewani (Widodo et al., 2012). Produksi susu kambing PE berkisar antara 0,5-0,7 liter/ekor/hari (Zurriyati et al., 2011). Peternakan kambing PE di Yogyakarta berpusat di daerah Girikerto, Turi, Sleman. Di daerah tersebut terdapat lebih dari 100 peternak kambing PE. Setiap harinya para peternak pemerah susu dan mengirimkannya ke beberapa tempat pengolahan susu kambing etawa terdekat.

Etawa Agro Prima adalah salah satu UMKM yang bergerak di bidang pengolahan susu kambing Etawa segar menjadi susu bubuk. Susu kambing bubuk yang dihasilkan memiliki aneka rasa seperti rasa stroberi, vanila, coklat, serta jahe. Etawa Agro Prima telah berhasil memasarkan produknya ke berbagai daerah dan memiliki beberapa agen di Indonesia. Daerah pemasarannya meliputi Jakarta, Semarang, Surabaya, Bali, hingga Sumatera.

Kebijakan yang digunakan oleh Etawa Agro Prima yaitu menerima berapapun volume pasokan susu kambing segar dari para peternak. Berdasarkan hasil penelitian derajat asam dan total bakteri *E. coli* yang dilakukan oleh Manuama dkk (2014), menunjukkan bahwa susu kambing segar Peranakan Etawa hanya dapat bertahan pada jam ke-2 pada penyimpanan suhu ruang. Oleh karena itu, untuk menghindari terjadinya penurunan kualitas yang dikarenakan susu kambing segar bersifat mudah rusak (*perishable*), maka berapapun volume susu kambing segar yang dipasok akan langsung diproses menjadi susu bubuk. Volume pasokan susu kambing segar dari para peternak tidak dapat dipastikan, terkadang sedikit terkadang cukup melimpah. Sehingga berdampak pada tidak pastinya tingkat ketersediaan produk susu bubuk yang dihasilkan.

Di sisi lain permintaan terhadap susu kambing bubuk produksi Etawa Agro Prima bersifat fluktuatif. Ketika permintaan tinggi, seringkali terjadi kekurangan persediaan (*stockout*), sedangkan ketika permintaan turun seringkali terdapat sisa produk yang cukup banyak (*overstock*). Adanya faktor ketidakpastian bahan baku susu segar dan permintaan produk susu bubuk menyebabkan permasalahan menjadi cukup kompleks,

Pada saat status produk *stockout*, permintaan akan dipenuhi secara *backorder*, sedangkan pada kondisi *overstock* selain menimbulkan biaya simpan yang tinggi juga akan berisiko produk mengalami penurunan kualitas atau kedaluwarsa. Selama ini, susu bubuk yang kualitasnya kurang baik akan dimanfaatkan untuk bahan campuran produk lainnya atau dibuang, dan pasti akan menimbulkan kerugian bagi Etawa Agro Prima. Jika permasalahan ini terus saja terjadi dan dibiarkan, maka dikhawatirkan akan semakin besar kerugian yang dialami pihak Etawa Agro Prima. Oleh karena itu perlu dicarikan solusi mengenai kebijakan pengendalian persediaan produk susu kambing bubuk di Etawa Agro Prima yang optimal agar biaya dan risiko kerugian yang mungkin timbul dapat diminimasi dan tetap menjaga ketersediaan produk untuk memenuhi permintaan pelanggan.

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk menentukan berapa kuantitas produksi optimal dalam suatu sistem produksi adalah model *economic production quantity* (EPQ). Model EPQ dipilih karena kesederhanaannya. Sebagian besar industri hingga saat ini masih menerapkan model ini. Banyak para peneliti yang melakukan pengembangan model EPQ untuk kasus-kasus yang lebih kompleks (Jawla & Singh, 2016). Pengembangan model EPQ begitu luas mencakup kondisi produk multi item, adanya kebijakan *backorder* backorder, berkaitan dengan produk yang terdeteriorasi, adanya produk cacat, hingga kegiatan *rework* rework (Oktavia dkk, 2017).

Beberapa peneliti yang telah mengembangkan model EPQ diantaranya adalah Oktavia dkk (2017), yang meneliti tentang model EPQ untuk menentukan ukuran lot produksi dan frekuensi pengiriman optimal dengan mempertimbangkan *demand* yang memiliki tipe kontinu dan diskrit secara simultan. Penelitian ini membahas pada perusahaan yang memiliki dua tipe *demand* yaitu *demand* kontinu yang pemenuhannya dilakukan setiap saat per satuan waktu dan *demand* diskrit yang pemenuhannya dilakukan dalam suatu rentang waktu tertentu.

Atas dasar bahwa Model EPQ klasik belum mempertimbangkan biaya pemesanan dan penyimpanan bahan baku, padahal secara

signifikan biaya tersebut akan berdampak pada ukuran lot produksi yang optimal dari produk jadi, sehingga Velazqueza & Barron (2016), mengembangkan model EPQ dengan mempertimbangkan biaya bahan baku dan *backorder*. Sedangkan pada penelitiannya Alimohamadi dkk (2011), telah diteliti model EPQ untuk menentukan ukuran lot produksi yang optimal dan memilih kebijakan pemeliharaan mesin dengan mempertimbangkan kegagalan mesin, *imperfect product*, *stockout*, dan persediaan *work in process*.

Dalam EPQ klasik, parameter-parameter yang terlibat diasumsikan tetap, padahal pada sistem nyata tidaklah selalu tetap dan seringkali berfluktuasi dari satu siklus ke siklus lainnya. Biasanya, teknik stokastik dan metode statistik telah digunakan untuk memperoleh distribusi probabilitas dari analisis data masa lalu. Namun, data sebelumnya tidak selalu tersedia atau tidak dapat diandalkan dan nilainya tidak cukup untuk mencerminkan terjadinya ketidakpastian biaya. Dengan demikian, *possibility theory* seperti teori *fuzzy* lebih cocok untuk memodelkan masalah persediaan yang tidak pasti daripada *probability theory* (Wang & Tang, 2009). *Fuzzy number* dapat merepresentasikan parameter input untuk mengakomodasi ketidakpastian dalam proses pengambilan keputusan dalam persediaan (Ganesan & Uthayakumar, 2022).

Terdapat beberapa peneliti yang memanfaatkan teori *fuzzy* dalam memodelkan masalah persediaan. Hadiguna (2009), mengembangkan model persediaan minyak sawit kasar menggunakan logika *fuzzy* untuk menentukan ukuran pasokan ekonomis agar dapat menjaga persediaan pada tingkat biaya yang optimal. Wang & Tang (2009) mengembangkan model *fuzzy* EPQ dengan mempertimbangkan *backorder* dimana biaya *set-up*, biaya simpan, dan biaya *backorder* didekati variabel *fuzzy*.

Model *fuzzy* EPQ untuk item kualitas tidak sempurna dengan mempertimbangkan kekurangan persediaan juga telah diteliti oleh Ritha & Jeyakumari (2013). Parameter biaya tetap, biaya penyimpanan, dan biaya kekurangan persediaan dalam penelitian ini dipertimbangkan sebagai variabel *fuzzy*. Adapun dalam penelitiannya Ganesan & Uthayakumar (2022), diteliti tentang model EPQ fuzzy yang

berkelanjutan dalam rangka meminimasi emisi karbon dan maksimasi keuntungan.

Penelitian ini bertujuan untuk mengendalikan persediaan susu kambing bubuk yang optimal dengan pendekatan EPQ yang mempertimbangkan ketidakpastian permintaan, kualitas dan *backorder*. Ketidakpastian permintaan dan persentase produk yang menurun kualitasnya didekati dengan menggunakan *triangular fuzzy*. Sedangkan teknik defuzzifikasi yang digunakan adalah *signed distance*.

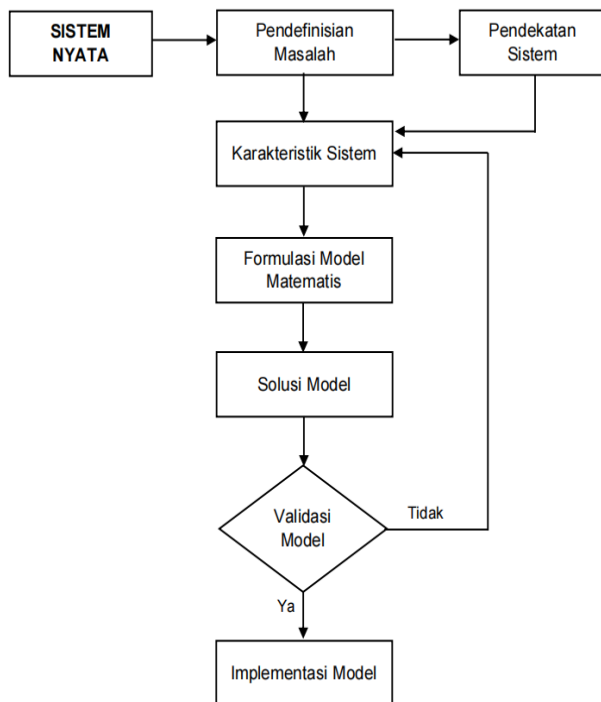
Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah dapat menghasilkan model kebijakan pengendalian persediaan susu kambing bubuk di Etawa Agro Prima dalam menentukan waktu dan jumlah produksi yang optimal agar *overstock* maupun *stockout* dapat dihindari sehingga pada akhirnya kerugian perusahaan dapat diminimasi.

2. METODE

Penelitian ini dilaksanakan di tempat pengolahan susu kambing Etawa Agro Prima daerah Girikerto, Turi, Sleman. Obyek yang diteliti adalah produksi susu kambing etawa bubuk. Data yang dibutuhkan dalam penelitian ini diperoleh melalui observasi, wawancara, dan studi Pustaka. Data-data tersebut diantaranya adalah data produksi, permintaan, dan biaya-biaya produksi lainnya. Pendekatan pemecahan masalah yang digunakan untuk mencari solusi permasalahan yang ada di Etawa Agro Prima melalui pemodelan sistem secara matematis. Adapun diagram alir dalam pemodelan sistem yang digunakan dapat dilihat pada Gambar 1.

2.1 Model EPQ

Model EPQ merupakan model penentuan ukuran lot produksi yang dapat meminimasi total biaya produksi per tahun. Model ini merupakan pengembangan dari model EOQ klasik, dimana pada model EOQ pengadaan barang dilakukan dengan cara memesan ke supplier, sedangkan pada model EPQ pengadaan barangnya dilakukan dengan cara memproduksi sendiri.



Gambar 1. Diagram alir pemodelan sistem

Model EPQ mempertimbangkan adanya laju produksi atau laju kedatangan barang secara uniform atau seragam, seperti yang biasanya terjadi di dalam sistem manufaktur di mana hasil produksi suatu stasiun kerja akan menjadi masukan bagi stasiun kerja yang lain (Tersine, 1994).

Beberapa asumsi yang digunakan dalam model EPQ ini adalah

- (a) Laju permintaan (d) konstan
- (b) Laju produksi (p) konstan
- (c) Kedatangan barang tidak serentak, tetapi secara bertahap dan *uniform* (seragam) dengan kecepatan p dimana $p > d$
- (d) Tidak ada kekurangan persediaan
- (e) Kapasitas produksi mencukupi untuk memproduksi item dalam memenuhi permintaan
- (f) Secara bersamaan hasil produksi dikonsumsi hingga persediaan habis
- (g) Kualitas produksi sempurna (tdk ada yang cacat)

Model EPQ klasik yang dijadikan dasar pengembangan model adalah sebagai berikut (Elsayed, 1995):

$$TC = cD + \frac{KD}{Q} + \frac{hQ(p-d)}{2p} \quad (1)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2ADp}{h(p-d)}} \quad (2)$$

Persamaan (1) adalah total biaya persediaan yang merupakan fungsi dari kuantitas lot produksi, sedangkan persamaan (2) adalah kuantitas lot produksi optimal.

2.2 Teori fuzzy dan defuzzifikasi

Logika *Fuzzy* adalah peningkatan dari logika Boolean yang berhadapan dengan konsep kebenaran sebagian. Saat logika klasik menyatakan bahwa segala hal dapat diekspresikan dalam istilah biner (0 atau 1, hitam atau putih, ya atau tidak), logika *fuzzy* menggantikan kebenaran boolean dengan tingkat kebenaran (Hadiguna, 2009).

Sebuah himpunan *fuzzy* \tilde{a} pada $R = (-\infty, \infty)$ disebut titik *fuzzy* jika fungsi keanggotaannya adalah

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} 1, & x = a \\ 0, & x \neq a \end{cases} \quad (3)$$

Titik a adalah penunjang. Bila anggota dari semua *fuzzy point* (F_p) adalah

$$F_p = \{\tilde{a} | \forall a \in R\}$$

Titik a adalah bilangan *real* atau $a \in R$ dan titik \tilde{a} adalah anggota dari titik *fuzzy* atau $\tilde{a} \in F_p$. F_p didefinisikan sebagai pemetaan satu-satu.

Pemodelan persediaan ini menggunakan metode defuzzifikasi *signed distance*. Metode *signed distance* merujuk pada penjelasan Yao dan Chiang (2003) untuk *fuzzy number* segitiga (triangular). Secara umum definisi *signed distance* dari 0 ke interval $[A_L(\alpha), A_R(\alpha)]$ atau dari level α pada interval *fuzzy* $[A_L(\alpha), A_R(\alpha)]$ ke 0 (aksis y) adalah

$$\begin{aligned} & d_0([A_L(\alpha), A_R(\alpha)], 0) \\ &= \frac{1}{2} [d_0(A_L(\alpha), 0) + d_0(A_R(\alpha), 0)] \\ &= \frac{1}{2} [A_L(\alpha) + A_R(\alpha)] \\ &= \frac{1}{2} [a + c + (2b - a - c)\alpha] \end{aligned} \quad (4)$$

Jika $\tilde{A} = (a, b, c) \in F_N$, *signed distance* dari \tilde{A} ke $\tilde{0}$ adalah



$$d(\tilde{A}, \tilde{0}) = \int_0^1 d([A_L(\alpha)_\alpha, A_R(\alpha)], \tilde{0}) d\alpha$$

$$= \frac{1}{4}(2b + a + c) \quad (5)$$

3. PENGEMBANGAN MODEL

3.1 Pendefinisian masalah

Permasalahan yang dihadapi oleh Etawa Agro Prima sebagai tempat pengolahan susu kambing bubuk adalah ketidakpastian jumlah permintaan konsumen. Pada saat jumlah permintaan menurun, jumlah persediaan di gudang meningkat yang berakibat pada peningkatan biaya simpan dan menurunnya kualitas susu kambing bubuk. Pada saat jumlah permintaan meningkat perusahaan sering menghadapi kondisi kekurangan persediaan (*stockout*). Namun, sebagian besar konsumen bersedia menunggu dan kekurangan jumlah susu kambing bubuk akan dipenuhi pada periode berikutnya (*backorder*). Oleh karena itu, perlu dikembangkan model persediaan yang mempertimbangkan permintaan yang tidak pasti, kualitas dan *backorder*. Tujuan dari model ini adalah untuk menentukan kuantitas produksi optimal agar total biaya yang ditimbulkan minimum.

3.2 Karakteristik sistem

Berikut ini beberapa notasi parameter dan variabel keputusan yang digunakan dalam model ini:

- K : biaya set-up (Rp/set-up)
- D : permintaan produk (unit/tahun)
- d : laju permintaan (unit/hari)
- p : laju produksi (unit/hari)
- c : biaya produksi (Rp/unit)
- h : biaya simpan (Rp/unit/tahun)
- Q : kuantitas produksi optimal (unit)
- TC : biaya total persediaan per tahun (Rp/tahun)
- v : presentase produk imperfect
- δ : biaya kerugian yang ditimbulkan (Rp/unit)
- b : biaya *backorder* (Rp/unit/tahun)
- B : jumlah *backorder* (unit)
- T : waktu siklus produksi (tahun)

Sedangkan asumsi yang digunakan dalam model ini adalah sebagai berikut:

1. Kekurangan persediaan diatasi secara *backorder*

2. Laju produksi dan laju permintaan deterministik dan konstan
3. Laju produksi lebih besar daripada laju *demand*
4. Jenis produk yang diteliti adalah susu kambing etawa bubuk rasa vanilla.
5. Susu kambing bubuk yang telah mengalami kedaluwarsa dibuang.
6. Biaya produk kurang bermutu adalah linear terhadap jumlah susu kambing bubuk yang diproduksi

3.3 Pemodelan matematis

Pada penelitian ini akan dikembangkan model pengendalian persediaan susu kambing bubuk yang optimal dengan mempertimbangkan ketidakpastian permintaan, kualitas dan *backorder* yang berbasis pada studi kasus di pengolahan susu kambing Etawa Agro Prima. Model dasar yang digunakan adalah model *economic production quantity* (EPQ). Sedangkan untuk mengakomodasi kondisi ketidakpastian permintaan menggunakan pendekatan teori *fuzzy*.

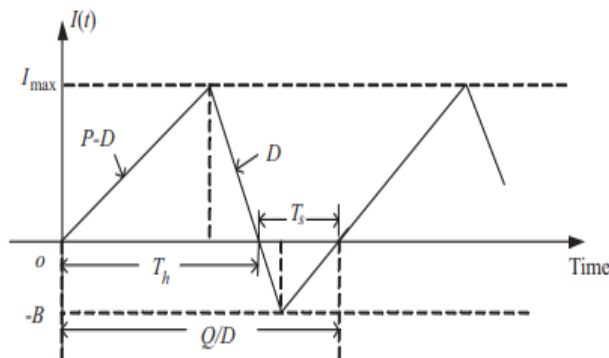
Model acuan yang digunakan dalam penelitian ini adalah model Hadiguna (2009), Wang & Tang (2009), dan Chiang et al. (2005). Modelnya Hadiguna (2009) membahas tentang model EPQ *fuzzy* untuk persediaan minyak sawit dengan memperhitungkan kualitas. Sedangkan dalam modelnya Wang & Tang (2009) dan Chiang et al. (2005) membahas tentang EOQ *fuzzy* untuk mempertimbangkan *backorder*. Pada penelitian ini akan dikembangkan model usulan yang mengkolaborasikan ketiga model tersebut sedemikian rupa sehingga menghasilkan model usulan yang dapat mengakomodasi kondisi nyata di Etawa Agro Prima.

Model yang diusulkan mempertimbangkan kondisi ketidakpastian, formulasi matematik pada pengendalian persediaan akan menggunakan teknik *fuzzy*. Teknik *fuzzy* digunakan untuk mengakomodir kondisi permintaan susu kambing etawa bubuk yaitu rendah, sedang, dan tinggi. Unsur *fuzzy* direpresentasikan dengan fungsi keanggotaan segitiga (*triangular*). Teknik defuzzifikasi yang digunakan adalah *signed distance*.

Fungsi tujuan dari model ini adalah untuk meminimalkan total biaya persediaan (TC) tahunan. Komponen biaya total persediaan

tahunan terdiri dari biaya produksi per tahun, biaya set-up per tahun, biaya simpan per tahun, biaya kekurangan persediaan per tahun, dan biaya kerugian per tahun.

Adapun perilaku sistem dalam pengendalian persediaan dan proses produksi dapat ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Perilaku pengendalian persediaan dan proses produksi (Wang & Tang, 2009)

Biaya produksi per tahun

Biaya produksi per tahun adalah perkalian antara biaya produksi per unit dengan jumlah unit yang diproduksi per tahun

$$PC = c \cdot D \tag{6}$$

Biaya set-up per tahun

Biaya set-up per tahun adalah perkalian antara biaya set-up per sekali set-up dengan frekuensi set-up per tahun

$$OC = K \cdot f \tag{7}$$

dimana $f = \frac{D}{Q}$

$$OC = \frac{KD}{Q} \tag{8}$$

Biaya simpan per tahun

Biaya penyimpanan per tahun tergantung pada biaya penyimpanan unit per tahun (h), rata-rata di tingkat persediaan per siklus (m) dan jumlah siklus per tahun (f).

$$HC = \frac{h \cdot I_{max} \cdot f}{2} \tag{9}$$

Dari Gambar 1, tingkat persediaan maksimum I_{max} dapat ditulis sebagai

$$I_{max} = (Q - B) \cdot T_h \tag{10}$$

Jika interval waktu antar produksi sebesar

$$T = T_h + T_s \tag{11}$$

dimana,

$$T_h = \frac{(Q - B)}{D} \tag{12}$$

Maka, I_{max} per siklus sebesar

$$I_{max} = \frac{(Q - B)^2}{D} \tag{13}$$

Besarnya rata-rata di tingkat persediaan per siklus adalah

$$m = \frac{I_{max}}{2} \tag{14}$$

Jika $f = \frac{D}{Q}$, maka besarnya biaya simpan per tahun

$$HC = \frac{h \cdot (Q - B)^2}{2Q} \tag{15}$$

Biaya kekurangan persediaan per tahun

Biaya kekurangan persediaan per tahun tergantung pada biaya *backorder* per unit per tahun (b), rata-rata *stockout*, dan frekuensi terjadinya *stockout* per tahun.

$$SC = \frac{b \cdot B \cdot T_s \cdot f}{2} \tag{16}$$

dimana

$$T_s = \frac{B}{D} \tag{17}$$

Jika $f = \frac{D}{Q}$ maka besarnya biaya kekurangan persediaan per tahun adalah

$$SC = \frac{b \cdot B^2}{2Q} \tag{18}$$

Biaya kerugian per tahun

Biaya kerugian per tahun tergantung pada biaya kerugian per unit, persentase produk yang mengalami penurunan kualitas, dan jumlah produk yang diproduksi.

$$LC = \delta \cdot v \cdot Q \tag{19}$$



Jika seluruh susu kambing bubuk yang dipasok ke gudang bermutu baik, maka $v=0$ dan tidak menimbulkan biaya kerugian atau $LC=0$. Maka total biaya persediaan per tahun sebesar

$$TC = cD + \frac{KD}{Q} + \frac{h.(Q-B)^2}{2Q} + \frac{b.B^2}{2Q} + \delta.v.Q \quad (20)$$

Jika persamaan (20) diubah dalam bentuk *fuzzy*, maka akan menjadi

$$TC(Q) = c\tilde{D} + \frac{K\tilde{D}}{Q} + \frac{h.(Q-B)^2}{2Q} + \frac{b.B^2}{2Q} + \delta.\tilde{v}.Q \quad (21)$$

dimana bentuk *fuzzy number* segitiga dari \tilde{D} dan \tilde{v} adalah

$$\tilde{D} = (D - \Delta_1, D, D + \Delta_2) \quad (22)$$

$$\tilde{v} = (v - \Delta_3, v, v + \Delta_4) \quad (23)$$

dimana, Δ_1 dan Δ_2 masing-masing merupakan selisih antara rata-rata permintaan dengan nilai terkecil dan terbesarnya. Sedangkan Δ_3 dan Δ_4 masing-masing merupakan selisih antara rata-rata persentase produk *imperfect* dengan nilai terkecil dan terbesarnya.

Persamaan (21) adalah total biaya persediaan bentuk *fuzzy* dimana $TC(Q)$ dibentuk dari $H_Q(\tilde{D}, \tilde{v})$, dan dapat dituliskan sebagai

$$H_Q(\tilde{D}, \tilde{v}) = (H_1, H_2, H_3)$$

$$H_2 > H_1 \text{ dan } H_3 > H_2$$

Nilai H_1, H_2 , dan H_3 dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$H_1 = c(D - \Delta_1) + \frac{K(D - \Delta_1)}{Q} + \frac{h.(Q-B)^2}{2Q} + \frac{b.B^2}{2Q} + \delta Q(v - \Delta_3) \quad (24)$$

$$H_1 = cD - c\Delta_1 + \frac{KD}{Q} - \frac{K\Delta_1}{Q} + \frac{h.(Q-B)^2}{2Q} + \frac{b.B^2}{2Q} + \delta Qv - \delta Q\Delta_3$$

$$H_1 = TC(Q) - c\Delta_1 + \frac{K\Delta_1}{Q} - \delta Q\Delta_3 \quad (25)$$

$$H_2 = TC(Q) \quad (26)$$

$$H_3 = c(D + \Delta_2) + \frac{K(D + \Delta_2)}{Q} + \frac{h.(Q-B)^2}{2Q} + \frac{b.B^2}{2Q} + \delta Q(v + \Delta_4) \quad (27)$$

$$H_3 = cD + c\Delta_2 + \frac{KD}{Q} + \frac{K\Delta_2}{Q} + \frac{h.(Q-B)^2}{2Q} + \frac{b.B^2}{2Q} + \delta Qv + \delta Q\Delta_4$$

$$H_3 = TC(Q) + c\Delta_2 + \frac{K\Delta_2}{Q} + \delta Q\Delta_4 \quad (28)$$

Fuzzy number segitiga dari $H_Q(\tilde{D}, \tilde{v})$ dapat dijabarkan dengan metode defuzzifikasi *signed distance* (Yao dan Chiang 2003). Hasil dari defuzzifikasi adalah sebagai berikut :

$$d(H_Q(\tilde{D}, \tilde{v}), 0) = \frac{1}{4} (2H_2 + H_1 + H_3) \quad (29)$$

$$d(H_Q(\tilde{D}, \tilde{v}), 0) =$$

$$\frac{1}{4} \left\{ 2TC(Q) + TC(Q) - c\Delta_1 + \frac{K\Delta_1}{Q} - \delta Q\Delta_3 \right\} + \frac{1}{4} \left\{ TC(Q) + c\Delta_2 + \frac{K\Delta_2}{Q} + \delta Q\Delta_4 \right\}$$

$$d(H_Q(\tilde{D}, \tilde{v}), 0) = \frac{1}{4} \left\{ 4TC(Q) + c(\Delta_2 - \Delta_1) \right\} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{K(\Delta_2 - \Delta_1)}{Q} + \delta Q(\Delta_4 - \Delta_3) \right\}$$

$$d(H_Q(\tilde{D}, \tilde{v}), 0) = TC(Q) + \frac{1}{4} \left\{ c(\Delta_2 - \Delta_1) \right\} + \frac{1}{4} \left\{ \frac{K(\Delta_2 - \Delta_1)}{Q} + \delta Q(\Delta_4 - \Delta_3) \right\} \quad (30)$$

Untuk menentukan kuantitas produksi optimal, Q^* , maka persamaan (30) didiferensialkan terhadap Q dan disamakan dengan nol.



$$\frac{\partial [d(H_Q(\bar{D}, \bar{v}), 0)]}{\partial Q} = 0$$

Sehingga diperoleh kuantitas produksi optimal, Q^* sebesar

$$Q^* = \sqrt{\frac{KD + \frac{1}{2} B^2 (h + b) - \frac{1}{4} K (\Delta_1 - \Delta_2)}{\frac{1}{2} h + \delta [4v + (\Delta_4 - \Delta_3)]}} \quad (31)$$

Sedangkan untuk menentukan besarnya jumlah *stockout* yang diatasi secara *backorder* optimal, B^* , maka persamaan (30) didiferensialkan terhadap B dan disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial [d(H_Q(\bar{D}, \bar{v}), 0)]}{\partial B} = 0$$

Maka kuantitas *backorder* optimal, B^* sebesar

$$B^* = \frac{hQ^*}{h + b} \quad (32)$$

atau

$$Q^* = \frac{(h + b)B^*}{h} \quad (33)$$

3.4 Metode solusi model

Prosedur penyelesaian model yang yang dikembangkan adalah sebagai berikut:

- 1) Menentukan rata-rata permintaan per periode.
- 2) Menentukan rata-rata persentase produk *imperfect* per periode.
- 3) Menentukan nilai $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ dan Δ_4 .
- 4) Menentukan kuantitas produksi optimal, Q^* dengan menggunakan persamaan (31).
- 5) Menentukan kuantitas produksi optimal, Q^* dengan menggunakan persamaan (32).
- 6) Melakukan *trial-error* sedemikian rupa sehingga nilai Q^* yang diperoleh pada langkah 4) sama dengan nilai Q^* yang diperoleh pada langkah 5) sehingga diperoleh nilai B^*
- 7) Menentukan nilai Q^* berdasarkan nilai B^* yang diperoleh pada Langkah 6).
- 8) Menentukan total biaya persediaan pertahun menggunakan persamaan (21)

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dilakukan perhitungan secara numerik untuk validasi model usulan berdasarkan data empiris yang ada pada Etawa Agro Prima. Tujuannya adalah untuk melihat seberapa sesuai model yang diusulkan dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan pengendalian persediaan susu kambing bubuk di Etawa Agro Prima. Selain itu contoh perhitungan numerik ini juga digunakan untuk mengilustrasikan algoritma penyelesaian modelnya.

Data-data yang dibutuhkan dalam validasi model yang diusulkan adalah sebagai berikut:

$D = 23300$ unit/tahun (1 unit = 400 gram); $K = \text{Rp } 6550$ /set-up; $b = \text{Rp } 4500$ /unit/tahun; $h = \text{Rp } 5000$ unit/tahun; $\delta = \text{Rp } 75$ unit; $c = \text{Rp } 30000$ unit.

Tabel 1 menunjukkan bahwa jumlah permintaan produk susu kambing bubuk dan besarnya persentase produk *imperfect* pada setiap bulan mengalami fluktuasi dengan rata-rata masing-masing sebesar 1941 unit dan 0,181%. Akibat fluktuasi tersebut, perusahaan berusaha memproduksi dengan jumlah produksi yang berbeda-beda di setiap bulannya dengan harapan dapat memenuhi permintaan secara maksimal. Namun tetap saja masih mengalami *stockout* ataupun *overstock*. Secara akumulasi dalam satu tahun persediaan masih mengalami *stockout* sebesar 140 unit dengan total biaya persediaan yang ditimbulkan pada 12 periode tersebut sebesar Rp 731.096.600.

Tabel 1. Data permintaan produk dan produksi

Periode	Demand (400 gr)	Produksi (400 gr)	Stockout/ Overstock (400 gr)	\bar{v} (gr)	% \bar{v}
1	2110	1900	-210	1270	0,167
2	1590	1800	210	1180	0,164
3	1650	1850	200	1360	0,184
4	1050	1800	750	1420	0,197
5	2130	1850	-280	1535	0,207
6	1760	2000	240	1435	0,179
7	2430	2100	-330	1640	0,195
8	3750	1950	-1800	1470	0,188
9	1740	1850	110	1340	0,181
10	1570	2000	430	1550	0,194
11	1430	1950	520	1320	0,169
12	1880	1900	20	1120	0,147
Jumlah	23300	23090	-140	16640	2,172
Rata-rata	1941	1924			0,181



Berdasarkan data tersebut, perhitungan dilakukan dengan menggunakan model yang diusulkan, dan diperoleh sebagai berikut:

Nilai $\Delta_1 = 1941 - 1050 = 891$ unit, yang berarti bahwa perusahaan mengalami kelebihan produksi sebesar 891 unit.

Sedangkan, $\Delta_2 = 1941 - 3750 = -1809$ unit, yang berarti bahwa perusahaan kekurangan persediaan sebesar 1809 unit. Tanda minus tidak mempengaruhi perhitungan, karena tanda tersebut hanya menunjukkan kondisi *stockout*. Demikian juga dengan jumlah susu kambing bubuk yang *imperfect* (\tilde{v}) diperoleh nilai $\Delta_3 = 0,181 - 0,147 = 0,034$ % dan $\Delta_4 = 0,181 - 0,207 = -0,026$ %.

Untuk memperoleh jumlah produksi optimal mempertimbangkan adanya *backorder* dan produk yang *imperfect*, maka digunakan persamaan (31), dan diperoleh jumlah produksi optimal setiap kali produksi sebesar $Q^* = 384$ unit, jumlah *backorder* optimal sebesar $B^* = 50$ unit, dan waktu siklus antar produksinya sebesar $T^* = 6$ hari atau 5 kali produksi per bulan. Sehingga setiap bulannya memproduksi sebesar 1920 unit. Implementasi dengan model usulan ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil perhitungan dengan model usulan

Periode	Demand (400 gr)	Produksi (400 gr)	Stockout/ Overstock (400 gr)	\tilde{v} (gr)	% \tilde{v}
1	2110	1920	-190	1270	0,165
2	1590	1920	330	1180	0,154
3	1650	1920	270	1360	0,177
4	1050	1920	870	1420	0,185
5	2130	1920	-210	1535	0,200
6	1760	1920	160	1435	0,187
7	2430	1920	-510	1640	0,214
8	3750	1920	-1830	1470	0,191
9	1740	1920	180	1340	0,174
10	1570	1920	350	1550	0,202
11	1430	1920	490	1320	0,172
12	1880	1920	40	1120	0,146
Jumlah	23300	23040	-50	16640	2,167
Rata-rata	1941	1920			0,181

Berdasarkan hasil perhitungan dengan model usulan yang ditunjukkan pada Tabel 2, terlihat bahwa dengan jumlah produksi tetap sebesar 1920 unit per bulan ternyata masih terjadi *stockout* maupun *overstock*. Namun demikian, secara akumulasi jumlah *stockout* yang diatasi secara *backorder* mengalami penurunan sebesar 50 unit dengan total biaya persediaan yang ditimbulkan sebesar Rp

700.138.700 per tahun atau terjadi penurunan sebesar Rp 30.957.900. Penghematan total biaya pertahun yang dihasilkan sebesar 4,23%.

4. KESIMPULAN

Pada makalah ini telah dikembangkan model pengendalian persediaan susu kambing bubuk yang mempertimbangkan ketidakpastian permintaan, *imperfect product* dan *backorder* yang berbasis pada studi kasus di pengolahan susu kambing Etawa Agro Prima. Model dasar yang digunakan adalah model EPQ. Sedangkan untuk mengakomodasi kondisi ketidakpastian permintaan menggunakan pendekatan teori *fuzzy*. Melalui model ini pihak Etawa Agro Prima dapat menentukan kuantitas produksi yang optimal, kuantitas *backorder* yang optimal, dan waktu antar produksi agar total biaya persediaan per tahun yang ditimbulkan dapat diminimasi. Meskipun hasil yang diperoleh menggunakan model usulan masih terdapat adanya *overstock* dan *stockout*, namun mampu menurunkan total biaya persediaan sebesar Rp 30.957.900 atau penghematan sebesar 4,23%.

Model ini merupakan model yang masih sederhana dalam merefleksikan kondisi nyata di Etawa Agro Prima. Sehingga dalam model ini masih banyak kelemahannya. Pengembangan untuk penelitian lanjutan dapat mempertimbangkan beberapa aspek, diantaranya adalah mempertimbangkan laju kedaluwarsa, multi item, laju produksi dipengaruhi oleh tingkat *supply* susu kambing segar, *stockout* diatasi secara kombinasi antara *backorder* dan *lostsales*, dan lain sebagainya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat Universitas Pembangunan Nasional Veteran Yogyakarta Indonesia yang telah memberikan dukungan dana untuk penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Ali mohamadi, M., Sajadi, S.M., & Tabatabaei, S.A.N. (2011). A New EPQ Model with Considering Preventive Maintenance, Imperfect Product, *Stockout* and Work in Process Inventory. *Interdisciplinary*



- Journal of Contemporary Research in Business*, 3(8), 822-832.
- Chen, S.H., Wang, C.C., and Chang, S.M. (2007). Fuzzy Economic Production Quantity Model for Items with Imperfect Quality. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 3(1), 85-95.
- Chiang, J., Yao, J.S., & Lee, H.M. (2005). Fuzzy Inventory with Backorder Defuzzification by Signed Distance Method, *Journal of Information Science and Engineering*, 21, 673-694.
- Chiu, H.N., 1995, A Heuristic (R, T) Periodic Review Perishable Inventory Model with Lead Times, *International Journal of Production Economics*, 42, 1-15.
- Widodo, V., R. Afina, & I. G. S. Budisatria. (2012). Produksi dan Evaluasi Kualitas Susu Bubuk Asal Kambing Peranakan Etawa (PE). *J. Teknol. dan Industri Pangan*, 23(2), 132-139.
- Hadiguna, R.A. (2009). Model Persediaan Minyak Sawit Kasar di Tangki Timbun Pelabuhan. *Jurnal Teknik Industri*, 11(2), 111-121.
- Elsayed, E. A. (1994). *Analysis and control of production systems* (2nd ed.). Upper Sadle River, NJ.: Prentice-Hall.
- Ganesan, S. & Uthayakumar, R. (2022). Optimisation of A Sustainable Fuzzy EPQ Inventory Model using Sextic Equation, *European Journal of Industrial Engineering*, 16(4), 442-478.
- Jawlaa, P. & Singh, S.R. (2016). Multi-Item Economic Production Quantity Model with Multiple Production Setups and Rework under The Effect of Preservation Technology and Learning Environment. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, 7, 1-14. DOI: 10.5267/j.ijiec.2016.2.003
- Kusumadewi, S., dan Purnomo, H. (2010), *Aplikasi Logika Fuzzy*, Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Lee, H.M. & Chiang, J. (2007). Fuzzy Production Inventory Based on Signed Distance. *Journal of Information Science And Engineering*, 23, 1939-1953.
- Manuama, M.Y., Suada I.K., & Sampurna, I.P. (2014). Mutu Susu Kambing Peranakan Etawa yang Disimpan pada Suhu Ruang. *Indonesia Medicus Veterinus*, 2014 3(3), 169-175.
- Meerschaert, M.M. (2013). *Mathematical Modeling*, (4th edition). Academic Press is an imprint of Elsevier.
- Oktavia, N., Henmaidi, & Jonrinaldi. (2017). Pengembangan Model Economic Production Quantity (EPQ) dengan Sinkronisasi Demand Kontinu dan Diskrit Secara Simultan. *Jurnal Optimasi Sistem Industri*, 15(1), 78-86. DOI: 10.25077/josi.v16.n1.p001-009.2017
- Ritha, W. & Jeyakumari, S.R. (2013). Fuzzy Inventory Model for Imperfect Quality Items with Stockouts. *Annals of Pure and Applied Mathematics*, 4(2), 127-137.
- Tersine, R. J. (1994). *Principles of Inventory and Materials Management*. New Jersey: Prentice Hall.
- Velazqueza, E.A.P. & Barron, L.E.C. (2016). An Economic Production Quantity Inventory Model with Backorders Considering the Raw Material Costs. *Scientia Iranica*, 23(2), 736-746.
- Wang, X. & Tang, W. (2009). Fuzzy EPQ Inventory Models with Backorder, *Journal of Systems Science and Complexity*, 22, 313-323.
- Yao, J.S., & Chiang, J. (2003). Inventory Without Backorder with Fuzzy Total Cost and Fuzzy Storing Cost Defuzzied by centroid and Signed Distance. *European Journal of Operational Research*, 148, 401-409.
- Zurriyati, Y., Noor, R. R., Maheswari, R. R. A. 2011. Analisis Molekuler Genotipe Kappa Kasein (K-Kasein) dan Komposisi Susu Kambing Peranakan Etawa, Saanen dan Persilangannya. *Jurnal Ilmu Ternak dan Veteriner*, 16(1), 61-70.